

2.2. Geometrijska vjerovatnoća

Označimo sa W događaj da će doći do susreta. Do susreta će doći ako je

$$0 \leq |x - y| \leq \frac{1}{3} \Leftrightarrow 0 \leq \max\{x, y\} - \min\{x, y\} \leq \frac{1}{3},$$

pa je

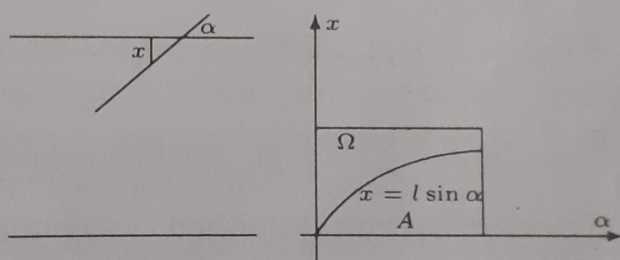
$$W = \left\{ (x, y) : 0 \leq |x - y| \leq \frac{1}{3} \right\}, W \subset \Omega.$$

Na kraju dobijamo (W je osjenčeni dio na Slici 2.2.2.)

$$p = \frac{\mu(W)}{\mu(\Omega)} = \frac{5}{9}.$$

Postoje mnoga uopštenja ovog zadatka. Preporučujemo čitaocu da izračuna vjerovatnoću susreta tri osobe koje dolaze na utvrđeno mjesto, a vrijeme čekanja je minuta. Rješavanje predloženog zadatka traži sprovođenje analize u trodimenzionom prostoru. ◀

! **Primjer 2** (Bifonov problem igle.) Na ravan koja je išrafirana paralelnim pravim rastojanje između pravih je $2a$, bačena je igla dužine $2l$, $l < a$. Kolika je vjerovatnoća da igla zasiječe neku pravu?



Slika 2.2.3

► Označimo sa x rastojanje od centra igle do najbliže "paralele", a sa α oštri između igle i "paralele" (Slika 2.2.3.). Prirodno je prostor ishoda identifikovati s

$$\Omega = \{(x, \alpha) : x \in [0, a], \alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]\}.$$

Igla će zasijeći neku pravu ako je $x \leq l \sin \alpha$, pa ako sa A označimo događaj da će zasijeći neku pravu, imamo

$$A = \{(x, \alpha) : x \leq l \sin \alpha\}, A \subset \Omega.$$

Iz formule kojom se računa geometrijska vjerovatnoća dobijamo

$$p = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)} = \frac{2}{a\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} l \sin \alpha \, d\alpha = \frac{2l}{a\pi}.$$

Formulisaćemo zadatak koji se nadovezuje na Bifonov problem. (rastojanje između pravih i